Neke zanimljivosti o brojevima

U osnovi matematike leži aritmetika - teorija prirodnih brojeva. U teoriji brojeva ima mnogo lepih teorema, a takođe i mnoštvo teških i do sada nerešenih problema koji stotinama godina odolevaju nastojanjima najvećih matematičara. Mnogi delovi savremene matematike nastali su kao rezultat rešavanja i uopštavanja problema iz teorije brojeva. Karl Fridrih Gaus (1777-1855), koji je učinio mnoga važna otkrića u matematici, rekao je: "Matematika je kraljica nauka, teorija brojeva je kraljica matematike." Matematika voli skladnost, savršenstvo, smislenost,...Matematika je istovremeno i zanimljiva što ćemo videti iz sledećih primera.

Savršen broj

Starogrčki matematičar Euklid (oko 300. godine pre nove ere) uveo je pojam "savršenih" brojeva. Prirodan broj je "savršen" ako je on jednak zbiru svih svojih pravih delilaca. Euklid je dokazao sledeće tvrđenje.
Ako je $2^n - 1$ prost, onda je broj $2^{n-1}(2^n - 1)$ savršen.
Dve hiljade godina posle Euklida je poznati matematičar Leonard Ojler (1707 - 1783.) dokazao da za parne savršene brojeve važi i obrnuto tvrđenje. Parni savršeni brojevi imaju oblik $2^{n-1}(2^n - 1)$, gde je $n > 1$ prirodan broj i $2^n - 1$ je prost.

Primer:

a) Broj 6 je prvi savršen prirodan broj.

Delioci broja 6 koji su različiti od njega samoga su brojevi 1, 2 i 3.

Njihov zbir je $1 + 2 + 3 = 6$.

b) Broj 28 je drugi savršen prirodan broj.

Delioci: 1, 2, 4, 7 i 14

Zbir: $1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$

c) Broj 496 je treći savršen prirodan broj

Delioci: 1, 2, 4, 8, 26, 31, 62, 124 i 248

Zbir: $1 + 2 + 4 + 8 + 26 + 31 + 62 + 124 + 248 = 496$

Srećan broj

Ako prirodnom broju n dodelimo zbir kvadrata njegovih cifara, pa to produžimo dok ne dobijimo broj 1, što znači da je broj srećan, a ako se ponovi neki od brojeva različit od 1 broj nije srećan.

Primer:

Broj 7 je srećan broj.

$7 \rightarrow 7^2 = 49 \rightarrow 4^2 + 9^2 = 97 \rightarrow 9^2 + 7^2 = 130 \rightarrow 1^2 + 3^2 + 0^2 = 10 \rightarrow 1^2 + 0^2 = 1$

Primer:

Broj 3 nije srećan broj.

$3 \rightarrow 3^2 = 9 \rightarrow 9^2 = 81 \rightarrow 8^2 + 1^2 = 65 \rightarrow 6^2 + 5^2 = 61 \rightarrow 6^2 + 1^2 = 37 \rightarrow 3^2 + 7^2 = 58 \rightarrow 5^2 + 8^2 = 89 \rightarrow 8^2 + 9^2 = 145 \rightarrow 1^2 + 4^2 + 5^2 = 42 \rightarrow 4^2 + 2^2 = 20 \rightarrow 2^2 + 0^2 = 4 \rightarrow 4^2 = 16 \rightarrow 1^2 + 6^2 = 37$

Brojevi blizanci

Prosti brojevi koji se razlikuju za 2 zovu se brojevi blizanci.
Primer:
Brojevi blizanci su:
a) 5 i 7
b) 7 i 13
c) 17 i 19

Uzajmno simetrični brojevi

Primer:
Brojevi 317 i 713, 4256 i 6524...
Zbir dva uzajamno simetrična dvocifrena broja deljiv je sa 11.
$ab + ba = (10a + b) + (10b + a) = 11 (a + b)$
Razlika dva uzajano simetrična dvocifrena broja deljiva je sa 9.
$ab - ba = (10a + b) - (10b + a) = 9(a - b)$

Simetrični brojevi

Brojevi simetrični sami sebi zovu se simetrični brojevi.
Primer:
11, 22, 121, 515, 77777, 813318.
Simetrični brojevi nazivaju se još i palindromi.
Reči koje se čitaju isto i unapred i unazad nazivaju se palindromi.
Primer: OKO, ANA, POP, NEVEN, POTOP.
I cele rečenice mogu biti palindromi.
Primer:
U RIMU U MIRU.
ANA VOLI MILOVANA.
SAVA ZIDAR GRADI ZA VAS.

Prijateljski brojevi

Stari Grci su često brojevima pripisavali osobine ljudskih bića. Za brojeve 220 i 284 govorili su da predstavljaju par prijateljskih brojeva.
Za dva broja se kaže da su prijateljski ako je svaki od njih jednak zbiru svih pravih delilaca onog drugog broja.
Primeri:
Zbir svih pravih delilaca broja 284 je $1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220$
Zbir svih pravih delilaca broja 220 je $1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284$
Parova prijateljskih brojeva ima mnogo.

Najzanimljiviji primeri tek slede...

Primer 1:

12345679 * 9 = 111111111
12345679 * 18 = 222222222
12345679 * 27 = 333333333
12345679 * 36 = 444444444
12345679 * 45 = 555555555
12345679 * 54 = 666666666
12345679 * 63 = 777777777
12345679 * 72 = 888888888
12345679 * 81 = 999999999

Primer 2:

0 * 9 + 1 = 1
1 * 9 + 2 = 11
12 * 9 + 3 = 111
123 * 9 + 4 = 1111
1234 * 9 + 5 = 11111
12345 * 9 + 6 = 111111
123456 * 9 + 7 = 1111111
1234567 * 9 + 8 = 11111111
12345678 * 9 + 9 = 111111111
123456789 * 9 + 10 = 1111111111

Primer 3:

$1 * 8 + 1 = 9$
$12 * 8 + 2 = 98$
$123 * 8 + 3 = 987$
$1234 * 8 + 4 = 9876$
$12345 * 8 + 5 = 98765$
$123456 * 8 + 6 = 987654$
$1234567 * 8 + 7 = 9876543$
$12345678 * 8 + 8 = 98765432$
$123456789 * 8 + 9 = 987654321$

Primer 4:

0 * 9 + 8 = 8
9 * 9 + 7 = 88
98 * 9 + 6 = 888
987 * 9 + 5 = 8888
9876 * 9 + 4 = 88888
98765 * 9 + 3 = 888888
987654 * 9 + 2 = 8888888
9876543 * 9 + 1 = 88888888
98765432 * 9 + 0 = 888888888
987654321 * 9 - 1 = 8888888888

Primer 5:

$4^2 = 16$
$34^2 = 1156$
$334^2 = 111556$
$3334^2 = 11115556$
$33334^2 = 1111155556$
$333334^2 = 111111555556$
$3333334^2 = 11111115555556$
$33333334^2 = 1111111155555556$
$333333334^2 = 111111111555555556$
$3333333334^2 = 11111111111555555555556$
$33333333334^2 = 1111111111111555555555556$
$333333333334^2 = 111111111111111555555555555556$

Primer 6:

1 * 1 = 1
11 * 11 = 121
111 * 111 = 12321
1111 * 1111 = 1234321
11111 * 11111 = 123454321
111111 * 111111 = 12345654321
1111111 * 1111111 = 1234567654321
11111111 * 11111111 = 12345678765 4321
111111111 * 111111111=1234567898 7654321

Primer 7:

100 = 111 - 11
100 = 99 + 9 : 9
100 = 9 * 9 + 9 + 9 + 9 : 9
100 = 33 * 3 + 3 : 3
100 = 5 * 5 * 5 - 5 * 5
100 = (5 + 5 + 5 +5) * 5
100 = (5 * 5 - 5) * 5
100 = (5 + 5) * (5 + 5)
100 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 * 9
100 = 123 - 45 - 67 + 89
100 = 12 : 3 + 4 * 5 - 6 - 7 + 89

Primer 8:

4 - 4 + 4 - 4 = 0
4 - 4 + (4 : 4) = 1
(4 * 4) : (4 + 4) = 2
(4 + 4 + 4) : 4 = 3
(4 - 4) * 4 + 4 = 4
(4 * 4 + 4) : 4 = 5
(4 + 4) : 4 + 4 = 6
4 + 4 - (4 : 4) = 7
4 + 4 + 4 - 4 = 8
4 + 4 + (4 : 4) = 9

Primer 9:

1973 = 1111 : 11 + 1111 * (1 + 1) - (11 + 11 + 11) * 11 + 11 + 1 + 1
1973 = 2222 - 222 - 22 - 2 * 2 - 2 : 2
1973 = 333 * (3 + 3) - 33 + 3 * 3 - 3 : 3
1973 = 44 * 44 + 44 - 4 - 4 + 4 : 4
1973 = 55 * 55 - 555 - 555 + 55 + (5 + 5 + 5) : 5
1973 = 6 * 6 * 6 * 6 + 666 + 66 : 6
1973 = 7777 : 7 + 777 + 77 + 7 + 7 : 7
1973 = (8 + 8 + 8) * 88 - (8 + 8) * 8 - 8 - (8 + 8 + 8) : 8
1973 = 99 * 9 + (99 - 9) * 9 + 9 * (9 + 9) + (999 - 9) : 9

Primer 10:

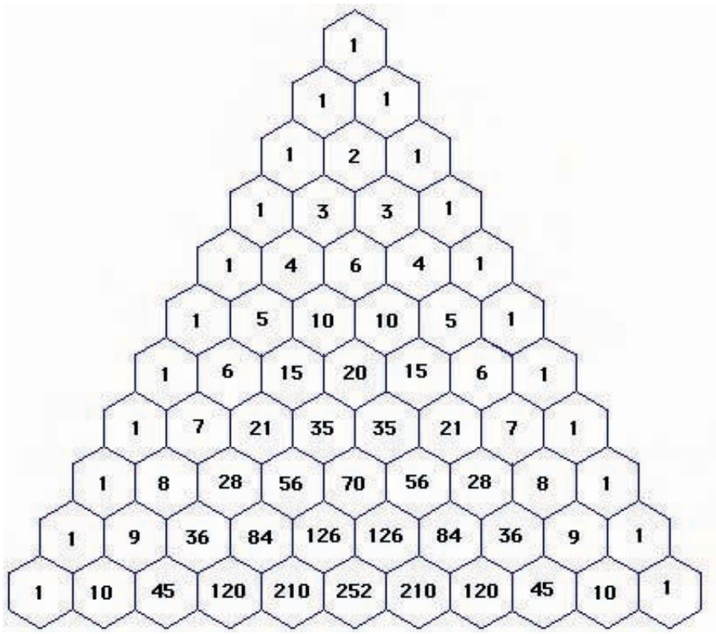
9 + 9 = 18 dok je 9 * 9 = 81
24 + 3 = 27 dok je 24 * 3 = 72
47 + 2 = 49 dok je 47 * 2 = 94
263 + 2 = 265 dok je 263 * 2 = 526
497 + 2 = 499 dok je 497 * 2 = 994

Primer 11:

1 = 1 * 1 / 1
121 = 22 * 22 / (1 + 2 + 1)
12321 = 333 * 333 / (1 + 2 + 3 + 2 + 1)
1234321 = 4444 * 4444 / (1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1)
123454321 = 55555 * 55555 / (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1)
12345654321 = 666666 * 666666 / (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1)
1234567654321 = 7777777 * 7777777 / (1 + 2 +3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1)

Paskalov trougao

Paskalov trougao je jednakostranični trougao sastavljen od beskonačnog niza prirodnih brojeva, s tim da mu krake čine isključivo jedinice. On izgleda ovako:



Zbir svaka dva susedna broja jednak je onom u sledećem redu koji se nalazi između njih. Dakle 1 + 2 = 3 1 + 3 = 4 itd.

Zapravo ovo su rešenja kombinacija počevši od 1 pa sve do n.

Pitagorine trojke brojeva

Svaka trojka celih pozitivnih brojeva a, b i c koja zadovoljava jednačinu $a^2 + b^2 = c^2$ zove se Pitagorina trojka brojeva. Jasno je da oni predstavljaju dužine stranica pravouglog trougla. Ako ove brojeve množimo bilo kojim drugim celim brojem m>0 dobijamo novi Pitagorin trougao tj. (ma, mb, mc), jer $(ma)^2 + (mb)^2 = (mc)^2$.

Broj π

Broj π je matematička konstanta, danas široko primenjivana u matematici i fizici. Njena približna vrednost je 3,14159, a definiše se kao odnos obima i prečnika kruga ili kao odnos površina kruga i kvadrata nad njegovim poluprečnikom. π je takođe poznato i kao Arhimedova konstanta ili Ludolfovov broj. Oznaka za broj π potiče od grčke reči perimetar. U matematiku ju je uveo Vilijam Džouns 1707. godine, a popularizovao ju je Leonard Ojler 1737. godine. Broj π zaokružen na 64 decimalna mesta je:

$\pi \approx$ 3,14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399 37510 58209 74944 5923

Na univerzitetu u Tokiju 2002. godine pomoću superkompjutera izračunato je 206 105 000 000 000 decimala broja π.

Fibonačijev niz

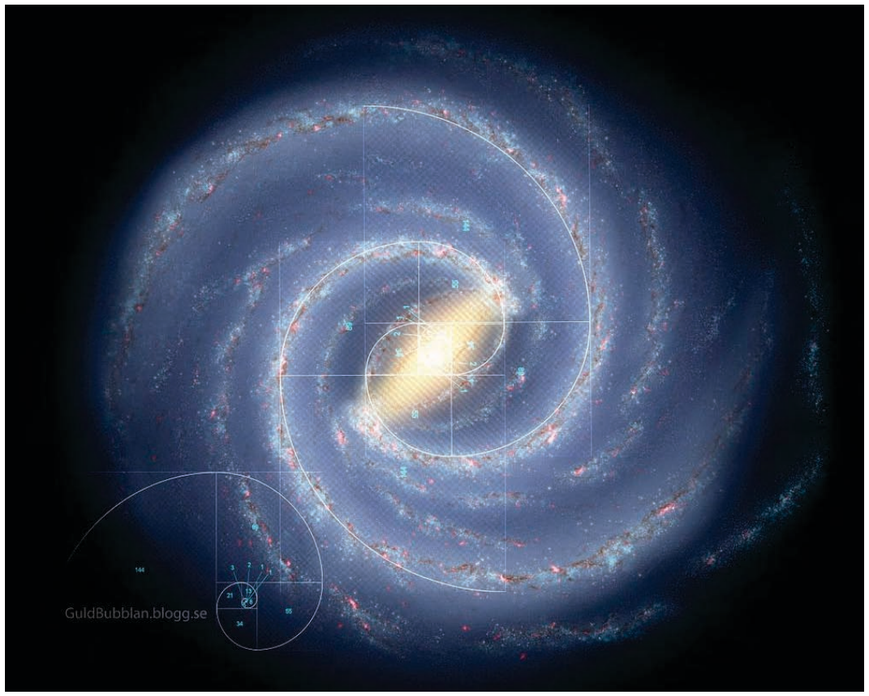
U matematici, Fibonačijev niz je niz brojeva u kome su prva dva broja 0 i 1, a svaki sledeći je zbir prethodna dva broja. Dakle, 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13... Iako je vekovima ranije proučavan u Indiji, ime je dobio po izvesnom italijanskom srednjevekovnom matematičaru Fibonačiju koji je ovaj niz predstavio zapadnjačkoj nauci. Brojevi u nizu su usko povezani sa zlatnim presekom i brojem fi (13/8 = 1,625, 8/5 = 1,6, 5/3 = 1,67...).

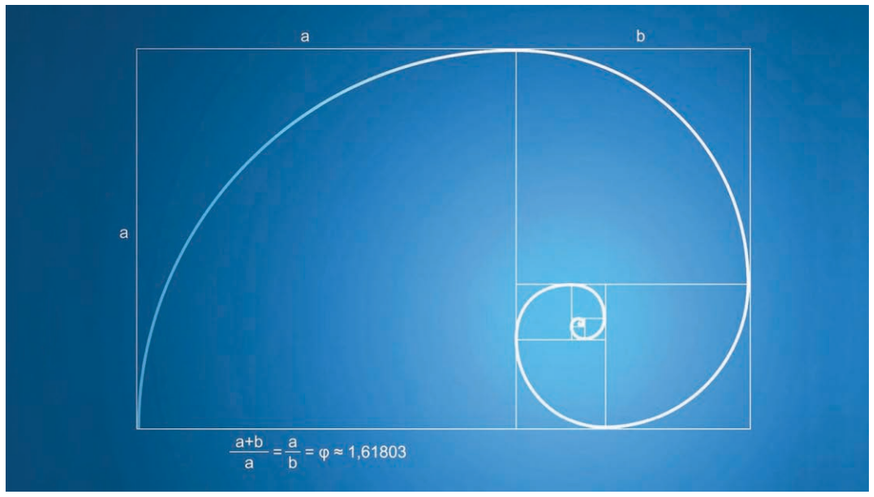
Ovaj niz je veoma važan za matematiku i danas ima praktičnu primenu u informatici (konkretno u tehnikama pretraživanja i organizovanja podataka), ali mnogo zanimljivije je pojavljivanje u prirodi (i muzici!).

Zbir kvadrata brojeva bilo koje dužine Fibonačijevog niza je jednak proizvodu poslednjeg korišćenog broja i njegovog sledbenika, tj: $1^2 + 1^2 + \ldots + F(n)^2 = F(n) * F(n+1)$, a kroz primer to izgleda ovako: $1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 5^2 = 5 * 8$.

DNK takođe poseduje sličnu zakonitost, odnos visine i širine je 21:34 (angsterma). Osim spiralnih galaksija i međusobna rastojanja planeta u svojim sistemima određena su po udaljenosti prethodnih planeta. Kod biljaka, grananje, cvetanje, listanje, pupoljci… sve je povezano sa sličnom zakonitosti. Neke bolesti (mononukleoza) napreduju sa istim vremenskim intervalima, pčele uvek imaju isto poređan broj muških predaka, šišarke…


© Worldprints.com


GuldBubblan.blogg.se


a
b
a
$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi \approx 1{,}61803$